

# A TRIGONOMETRIA ESFÉRICA COMO SOLUÇÃO PARA A NAVEGAÇÃO ASTRONÔMICA

*Comentários dos principais tópicos do livro –  
Editora Dialética*

*Capitão de Fragata (RM1)  
Luiz Fernando da Silva Bezerra*

## PROPOSTA DO ARTIGO

Este artigo, baseado na obra “A Trigonometria Esférica como solução para a Navegação Astronômica” – Editora Dialética, do autor, tem como proposta principal apresentar alguns tópicos e comentários acerca de conceitos fundamentais descritos no livro.

Serão sintetizadas algumas das principais seções do livro que, mesmo sem o aprofundamento matemático necessário, conseguirão mostrar a linha de raciocínio para as principais demonstrações e conclusões obtidas na navegação astronômica.

## INTRODUÇÃO

A proposta principal do livro é ampliar os conhecimentos de alunos e professores acerca dos conceitos fundamentais de Geometria Esférica. A fim de atingir esse propósito, foram escolhidos como objetos de estudo os conceitos e modelos da Geometria Esférica empregados na formalização da Navegação Astronômica. Em um primeiro momento, é apresentado o contexto histórico dessa geometria, antes e depois de Euclides, para em seguida mostrar a importância do quinto postulado de Euclides na criação das novas geometrias do século XIX, estudadas por Gauss, Bolyai, Lobacheswsky e Riemann, dentre outros. Em seguida descrevem-se os conceitos mais relevantes da trigonometria esférica com a demonstração dos principais teoremas e fórmulas e uma analogia desses princípios com aqueles empregados na Geometria Plana. Também é realizada uma adequada caracterização da Na-

vegação Astronômica antecedida dos fatos históricos principais que envolvem essa técnica. A parte final da obra é marcada pelo emprego da trigonometria esférica como ferramenta para a Navegação Astronômica, com demonstrações e justificativas da modelagem matemática utilizada nesse tipo de navegação.

## A DESCOBERTA DOS ESPAÇOS NÃO EUCLIDIANOS

O surgimento da geometria no antigo Egito relacionada às cheias do Rio Nilo, versão mais aceita, e o seu desenvolvimento e embasamento teórico na antiga Grécia, graças, principalmente, a Euclides de Alexandria, marcam os primeiros momentos dessa importante parte da Matemática.

Por quase dois mil anos, permaneceu como única e absoluta a geometria grega, ancorada, fundamentalmente, em uma das mais importantes obras da Matemática, que foi

“Os Elementos de Euclides”. Mas foi essa obra de Euclides, por meio do quinto postulado do livro I, conhecido como o axioma das paralelas, que protagonizou um dos maiores desafios já encontrados pelos matemáticos – a demonstração do quinto postulado.

Durante séculos, vários matemáticos se debruçaram na tentativa de uma demonstração do postulado das paralelas, até que, no século XIX, Gauss, Janos Bolyai, Bernard Riemann e Nicolai Lobachevski mostraram que realmente se tratava de um axioma. Essa conclusão acarretou a descoberta de duas outras ge-

ometrias; a Geometria Hiperbólica de Lobachevski e a Geometria Elíptica de Riemann, ficando conhecidas como geometrias não euclidianas.

Foi nesse contexto da criação das geometrias não euclidianas que a Geometria Esférica, como caso particular da geometria de Riemann, surgiu de maneira formal e sistemática, dando origem a diversas aplicações e descrição de fenômenos que não poderiam ser contemplados pela Geometria Euclidiana.

Quando os portugueses iniciaram as grandes navegações, surgiu a necessidade de referências para a localização dos navios além da topografia da costa, daí tiveram que recorrer a métodos astronômicos. Esses métodos, já descobertos na antiguidade grega, supunham que as estrelas eram fixas numa esfera celeste. E foi o estudo dessa esfera celeste, amparado nos conceitos matemáticos da Geometria Esférica, mais precisamente nas relações trigonométricas nos triângulos esféricos, que permitiu uma adequada modelagem da posição dos astros e o consequente desenvolvimento da Navegação Astronômica.

## **GEOMETRIA ESFÉRICA: ELEMENTOS FUNDAMENTAIS**

Nesse capítulo do livro, são apresentadas algumas definições e teoremas fundamentais da Geometria Esférica, muitos deles análogos aos da Geometria Euclidiana, necessários à compreensão das seções e capítulos posteriores. São apresentados os elementos notáveis de uma superfície esférica como também o conceito de geodésica e triângulo esférico nessas superfícies.

## **TRIGONOMETRIA ESFÉRICA**

Nessa parte do livro, apresentamos a definição de trigonometria esférica, como também apontamos a sua relevância nos campos da náutica e navegação para a determinação da posição de uma embarcação em alto mar, mediante a observação dos corpos celestes (objetivo principal do trabalho). Também são apresentadas e demonstradas as principais relações necessárias à resolução dos triângulos esféricos e realizadas as convenientes analogias com diversos teoremas desenvolvidos na geometria euclidiana.

## **NAVEGAÇÃO ASTRONÔMICA E SEUS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS**

As duas últimas partes do livro apresentam um histórico da evolução da navegação astronômica, seus principais conceitos trigonométricos e, por fim, como são obtidas as posições astronômicas decorrentes da solução do triângulo esférico.

## **CONCLUSÃO**

Os conteúdos apresentados neste trabalho, tanto os relacionados à Geometria Esférica quanto aqueles referentes à Navegação Astronômica, buscam ampliar conhecimentos das mais diversas categorias de leitores; seja o professor, utilizando para enriquecimento das suas atividades em sala de aula algumas demonstrações e conceitos de Geometria Esférica, de maneira conjugada com conhecimentos aprendidos no Ensino Médio, ou seja o aluno ou curioso de Navegação Astronômica, que poderá, didática e paulatinamente, construir significado de conceitos fundamentais da Geometria Esférica e aprender como são utilizadas as principais técnicas de Navegação Astronômica. De extrema relevância também foi a contextualização histórica da Geometria Esférica, abordando os principais fatos relacionados ao seu descobrimento. Falou-se da evolução da geometria em tempos pré e pós-Euclides, culminando no surgimento dos espaços não euclidianos em decorrência de uma incessante busca da demonstração do Postulado das Paralelas (V Postulado de Euclides). Os fatos históricos apresentados colaboram não só para um melhor entendimento dos longos caminhos percorridos na evolução do conhecimento como também para promover a discussão sobre qual a geometria mais apropriada a explicar o mundo em que vivemos. Entretanto, citando Henri Poincaré: “Nenhuma geometria é mais correta do que qualquer outra, apenas é mais conveniente”.

Haja vista as demonstrações e deduções das principais fórmulas matemáticas empregadas nos livros e manuais de Navegação Astronômica, esse trabalho consegue, de maneira direta e objetiva, mostrar a contribuição da Matemática, especificamente da Geometria Esférica, na Navegação, cumprindo assim o seu propósito principal. Dessa maneira, para os “amantes” e utilizadores das técnicas de Navegação Astro-

nômica, eis a oportunidade de compreender a fundamentação matemática que está por trás das tábuas e manuais utilizados nessa técnica de navegação. Por fim, citando Coutinho (2001) no seu livro “Trigonometria Esférica – a Matemática de um Espaço Curvo”, *“a trigonometria veio para medir e orientar o caminho até as estrelas e ficou para enriquecer partes da matemática menos voltadas para os céus!”*.

## REFERÊNCIAS

- ANJO, A. J. B. (2019). Cálculos de posicionamento usados pelos capitães do bacalhau, no início do século XX. Acessado em: maio/2016.
- BICUDO (2019). A história da geometria euclidiana do antigo Egito às salas de aula. Acessado em: 13/09/2019.
- COUTINHO, L. (2001). Trigonometria Esférica – a Matemática de um Espaço Curvo. Interciência, Rio de Janeiro, RJ.
- LIMA, E. L. (2011). Meu professor de Matemática e outras histórias. SBM, Rio de Janeiro, RJ.
- MIGUENS, A. P. (1999). Navegação: a ciência e a arte – navegação astronômica e derrotas – Vol II. Diretoria de Hidrografia e Navegação, Niterói, RJ.
- ROQUE, PITOMBEIRA, T. R. e. J. B. P. d. C. (2019). Tópicos de História da Matemática. SBM, Rio de Janeiro, RJ.
- SAMPAIO, J. C. V. (2008). Uma Introdução à Topologia Geométrica. EdUFSCAR, São Carlos, SP.
- SANTOS, R. Américo e OLIVEIRA, J. (2018). Trigonometria Triangular Esférica. RCT- Revista de Ciência e Tecnologia.
- STEWART, J. (2013). Cálculo Vol I. Cengage Learning, São Paulo, SP.
- Wikipedia (2019a). Wikipedia em inglês – trigonometria-esférica. Acessado em: 13/07/2019.
- Wikipedia (2019b). Wikipedia em português – trigonometria-esférica. Acessado em: 15/09/2019.